

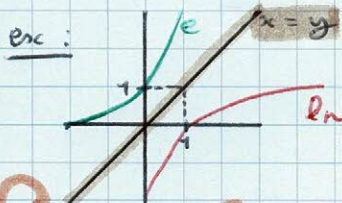
Logarithme Népérien

1

$$e^y = x \Leftrightarrow y = \ln(x)$$

$$x > 0 \rightarrow \ln(x) \in \mathbb{R}^{*+}$$

Les courbes de e et $\ln$ sont symétriques dans un repère orthogonale par $x = y$.



Premières conséquences algébriques :

- $e^{\ln(x)} = x$
- $\ln(e^x) = x$
- $\ln(e) = 1$
- $\ln(1) = 0$
- $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$

Propriétés algébriques : ($\forall a \in \mathbb{R}^{*+}$ et $n \in \mathbb{Z}$)

- $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(a^n) = n \ln(a)$
- $\ln(\sqrt[n]{a}) = \frac{1}{n} \ln(a)$

Dérivabilité :

- Dérivable sur $]0; +\infty[$
- $\ln'(x) = \frac{1}{x}$
- $\ln'(u) = \frac{u'}{u}$
- Continue sur $]0; +\infty[$
- Strictement croissante sur $]0; +\infty[$
- Concave sur $]0; +\infty[$

Résolution d'équations :

- $\ln(a) = \ln(b) \Leftrightarrow a = b$
- $\ln(a) < \ln(b) \Leftrightarrow a < b$
- $\ln(a) = 0 \Leftrightarrow a = 1$
- $\ln(a) < 0 \Leftrightarrow a \in]0; 1[$
- $\ln(a) > 0 \Leftrightarrow a \in]1; +\infty[$

Limites :

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

Théorème des bornes comparées :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$
- $\forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$
- $\forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln(x) = 0$